

L'illusion déterministe, ou la vanité de l'omniscience

Hugo LAVENANT

16 mai 2016

« Le véritable ordre de la Nature, c'est l'ordre que nous mettons techniquement dans la Nature. »

Gaston Bachelard, *Le nouvel esprit scientifique*.

Si le rôle de la science est de prédire, l'aboutissement de la science ne serait-il pas une capacité de prédiction parfaite ? Une fois le projet scientifique mené bout, une fois la connaissance complète atteinte, et avec une intelligence suffisante, l'Homme serait enfin omniscient : le futur serait aussi certain que le passé et aussi connaissable que le présent. À ce stade, toutes les sciences ne feraient plus qu'une : la physique arriverait enfin à montrer qu'elle englobe la totalité des phénomènes naturels. Au fond d'ailleurs, la physique est la seule science qui vaille car elle met au jour les véritables mécaniques de la Nature, n'est-ce pas ? La Nature est déterministe, et sa détermination s'exprime dans le langage de la physique.

Nous allons dans ce texte tenter de nous insurger contre cette vision de la science entièrement déterministe que nous venons d'exprimer, vision assez répandue de ce que nous avons pu voir chez les scientifiques eux-mêmes. Ce déterminisme s'accompagne notamment d'une certaine vision de la hiérarchie et du rôle de la science qui nous paraît dommageable. Cependant, le problème est que le déterminisme étant au fond une croyance métaphysique, il est irréfutable. Nous tenterons néanmoins de montrer que cette thèse déterministe est bien moins soutenue par les théories scientifiques et la façon dont fonctionne la science que l'on ne peut le croire.

Ce texte est organisé comme suit : nous précisons d'abord le déterminisme que nous cherchons à remettre en question ainsi que ses prétentions ; nous présenterons ensuite des exemples de théories scientifiques non déterministes, elles ne représentent pas le cœur de notre argumentation mais visent plutôt à percer la carapace des certitudes d'un déterminisme convaincu ; puis nous nous concentrerons sur le traitement par la science (et pas les théories scientifiques) du déterminisme, en montrant en quoi le déterminisme est le produit et non le présumé de la science.

Contre quel déterminisme écrivons nous ?

Compte tenu des nombreuses acceptations du concept de déterminisme, il est important de clarifier ce que nous entendons par déterminisme et surtout, lesquelles de

ses implications nous paraissent être utilisées à tort. Adaptant une distinction conceptuelle tirée de [Gigerenzer *et al.*, 1989], nous appellerons *déterminisme métaphysique* la croyance que le futur de l'univers est entièrement déterminé par son instant présent. Cette croyance repose sur deux idées fortes : tout d'abord l'idée qu'il n'y a qu'un seul futur, qu'à l'instant présent ce qui n'est pas encore arrivé ne peut arriver que d'une seule façon ; mais aussi l'idée qu'il suffit de l'instant présent et non l'ensemble du passé pour déterminer le futur, que, parmi le passé, la part qui va influencer le futur est nécessairement contenue dans le présent. L'implication la plus forte (du moins pour la philosophie) de ce déterminisme métaphysique est l'absence de libre-arbitre : en réalité tous les choix qu'un individu peut faire dans son futur sont déjà faits dans son présent et se contenteront d'être « dévoilés » par la suite.

Mais c'est à un déterminisme un peu différent, plus présent parmi les scientifiques, que nous nous attaquons : ce qui pourrait être appelé le *déterminisme physicaliste*. Ce déterminisme affirme que l'état futur de l'univers est déterminé par son instant présent à travers des lois de la nature et que ces dernières nous sont accessibles grâce à la science. Par rapport au déterminisme métaphysique, l'ajout est ici que la détermination du futur est réglée par les lois de la nature¹. D'une manière ou d'une autre, il existe dans la nature des entités soumises à des lois immuables², et l'état futur d'une entité est uniquement dicté par ces lois et son état présent. Et le déterministe physicaliste affirme que la science nous permet, au moins de manière approchée, d'avoir accès à ces lois. Cette thèse permet d'expliquer l'efficacité (déraisonnable ?) de la science : les lois qu'elle découvre permettent de prédire le futur car elles s'approchent des lois véritables de la nature. Et si d'ailleurs nous connaissions ces lois véridiques, il suffirait d'avoir une puissance de calcul suffisante pour connaître avec certitude le futur. Dans ce cas, « rien ne serait incertain pour [nous] et l'avenir, comme le passé serait présent à [nos] yeux »³. On pourrait alors poser la question de savoir si ces lois de la nature ne sont qu'un idéal vers lequel il s'agit de tendre, ou si nous pouvons y accéder (voire nous l'avons déjà fait), l'impossibilité de prédire étant alors uniquement due à notre finitude cognitive. L'hypothèse d'un idéal hors d'atteinte est plus facile à défendre : face à une critique issue d'un exemple scientifique, il est facile de protéger sa croyance en un déterminisme physicaliste en arguant que ce dernier ne peut être invalidé par la science, puisque celle-ci est encore trop jeune. Tout trace d'indéterminisme dans une théorie scientifique sera rejetée comme preuve d'immaturation de cette théorie, elle ne sera vue que comme une étape provisoire et nécessairement éphémère dans la quête des lois véritables de la nature. Se pose aussi la question de l'achèvement de cette quête : comment pouvons-nous savoir si nous avons atteint les véritables lois de la nature ou si nous en sommes encore loin ? Car, comme l'écrivait Duhem, « en regardant une propriété comme première et élémentaire, nous n'entendons nullement affirmer que cette qualité est, par nature, simple et indécomposable ; nous déclarons que tous nos efforts pour réduire cette qualité à d'autres ont échoué, qu'il nous a été impossible de la décomposer »⁴. Le caractère

1. Il y a dans ce cas pas mal de questions à répondre sur le statut de ces lois : qu'est-ce qui fait qu'elles s'appliquent ? Auraient-elles pu être différentes ? Dans l'hypothèse où l'univers a eu un commencement, ont-elles été créées en même temps que l'univers ? etc.

2. Car si elles n'étaient pas immuables, pour sauver le déterminisme il faudrait des méta-lois s'appliquant aux lois et qui seraient elles réellement immuables.

3. [Laplace, 1825, p. 4]. Nous avons ici adapté la citation. Dans le texte original, Laplace ne parle pas de nous, mais d'une intelligence qui « connaîtrait les forces dont la nature est animée, la situation respective des êtres qui la composent » et qui soit « assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse ».

4. [Duhem, 1906, p. 180].

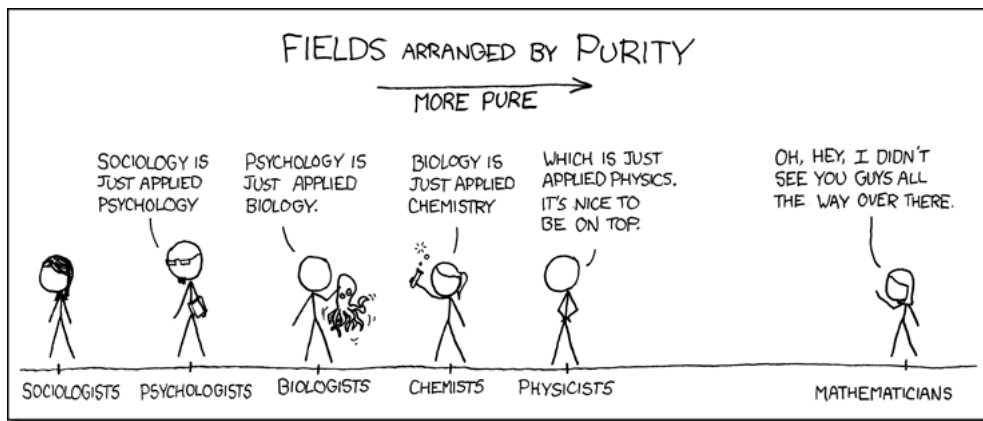


FIGURE 1 – Cartoon humoristique résumant bien, dans l’imaginaire collectif des scientifiques, la hiérarchie des sciences⁵.

« fondamental » d’une loi ou d’une propriété est toujours relatif à l’état de notre savoir. Il est donc impossible de savoir à quel point nos théories « fondamentales » actuelles sont proches d’une connaissance des lois véritables de la nature.

Le déterminisme physicaliste s’accompagne souvent d’une hiérarchisation des sciences et d’un réductionnisme absolu. Car, si les lois de la nature existent, alors c’est sûrement dans le langage de la physique qu’elles s’énonceront. Puisque la physique a vocation à découvrir ces lois fondamentales et qu’elles permettraient de tout prédire, les autres sciences sont en droit réductibles à la physique. Si les autres sciences existent, c’est simplement parce que la physique n’a pas fait assez de progrès. Au fond, « la chimie n’est que de la physique appliquée, la biologie n’est que de la chimie appliquée, la psychologie n’est que de la biologie appliquée et enfin la sociologie n’est que de la psychologie appliquée » (figure 1). Ce qu’il faut comprendre dans cette phrase, c’est que par exemple les objets décrits par la chimie sont entièrement réductibles à ceux de la physique : si l’on avait une puissance de calcul assez grande, alors le voile tomberait et la chimie, réduite dans son plus simple appareil, manifesterait enfin sa véritable apparence, celle d’une branche de la mécanique quantique. Ce réductionnisme est valide à l’intérieur même de la physique : la physique des particules ou la théorie de la relativité générale sont considérées comme beaucoup plus fondamentales que la physique des liquides, des matériaux ou la théorie cinétique des gaz car les secondes peuvent en droit se déduire des premières.

Les théories de la physique sont-elles vraiment déterministes ?

Commençons par prendre les théories physiques au pied de la lettre et voyons ce qu’elles ont à dire à propos du déterminisme physicaliste. La question est de savoir si les théories de la physique sont compatibles avec le déterminisme, c’est-à-dire si, en se plaçant dans le cadre d’une théorie physique, l’état futur de l’univers est déterminé par son instant présent. *A priori*, une fois que la question est formulée dans des termes adéquats, la réponse, pour une théorie donnée, est univoque. Savoir si une théo-

5. Sous licence *Creative Commons*, ce cartoon se trouve à l’adresse <http://xkcd.com/435/>.

rie donnée est déterministe est une question à laquelle une réponse sur laquelle tout le monde peut s'accorder devrait être trouvée, au contraire du déterminisme physicaliste qui reste une croyance. Bien sûr, si une théorie n'est pas déterministe, cela ne veut pas pour autant dire que le déterminisme physicaliste tombe à l'eau, simplement que la théorie physique ne devait pas être celle décrivant l'ensemble de l'univers. Néanmoins, le déterminisme physicaliste étant basé sur la croyance que c'est grâce à la science que nous accéderons aux lois véritables de la nature, ce n'est pas un bon signe si les théories actuelles nous montrent un univers qui n'est pas déterministe. C'est de cette manière que nous tenterons de mettre deux coups de bélier dans l'édifice déterministe, l'un à l'aide de la mécanique quantique et l'autre grâce à la bonne vieille mécanique classique.

La mécanique quantique est l'exemple même d'une théorie non déterministe : dans le langage de la théorie, l'état futur de l'univers n'est pas accessible à travers la connaissance de son état présent (ni même de l'ensemble de son passé). Un des exemples est la radioactivité : prenez une particule radioactive et isolez là. Alors vous n'avez aucun moyen, dans le langage de la mécanique quantique, de savoir quand elle se désintégrera. Quelles que soient les mesures que vous avez faites auparavant, aussi précise que soit votre connaissance sur cette particule, l'instant de sa désintégration ne vous sera pas accessible, vous ne le découvrirez qu'au moment où il arrivera. Il ne s'agit pas d'une histoire d'éventuelles perturbations extérieures : si l'on prend la théorie à la lettre, même si la particule est parfaitement isolée, même si elle ne subit aucune influence extérieure, ce sera peine perdue. Même dans ce cas idéal, vous n'aurez aucun moyen de prédire instant par instant le futur de la particule.

Mais la désintégration n'a pas non plus lieu n'importe quand. Pour preuve, si vous répétez beaucoup de fois l'expérience, alors les instants de désintégration des différentes particules se répartiront selon une certaine loi de probabilité. Mais, avant de discuter ce fait, insistons bien : cela ne change rien au fait que le cas individuel est imprévisible. La vie de la particule, si elle est soumise aux lois de la mécanique quantique, n'est pas déterminée à l'avance. Au niveau collectif cependant, on voit de nouveau apparaître de l'ordre, puisque les désintégrations ont lieu suivant une loi de probabilité qui impose une régularité qui ne se voit que sur les grands ensembles. Et le mieux, c'est que l'évolution de la loi de probabilité elle-même est déterministe⁶. C'est-à-dire que si la loi de probabilité (ou plutôt la fonction d'onde) est connue à un instant donné, alors elle peut être calculée, grâce à la mécanique quantique, pour tous les instants ultérieurs⁷. Mais la loi de probabilité elle-même n'est pas accessible directement dans l'expérience : elle n'est, pourrait-on dire, pas une propriété de la particule mais d'un grand nombre de particules. En fait, la mécanique quantique a construit un objet théorique, la loi de probabilité, de telle sorte que son évolution soit déterministe. Mais cela ne lève pas l'indétermination de l'expérience singulière.

On pourrait alors avancer que les paramètres qui expliquent l'instant de la désintégration de la particule existent, mais n'ont tout simplement pas encore été découverts. Cela signifie que les lois de la mécanique quantique ne sont pas les vraies lois de la nature. Ces lois véritables de la nature seraient elles déterministes, simplement, aux

6. Pour être exact, c'est l'évolution de la fonction d'onde qui est déterministe, la loi de probabilité se déduisant de la fonction d'onde mais l'inverse n'étant pas possible. Nous espérons que cet abus de langage sera pardonné, il ne change rien au fond du propos.

7. Le calcul se fait à l'aide de l'équation de Schrödinger. Et encore, il n'est valable que si aucune mesure n'est faite entre temps.

échelles mises en jeu par la mécanique quantique, les phénomènes nous apparaîtraient aléatoires. C'est une objection parfaitement justifiée. Cependant, cette hypothèse de l'existence de « variables cachées » souffre d'un gros défaut : si des variables cachées existent, elles sont non locales. C'est-à-dire que la valeur d'une variable cachée peut être influencée instantanément par un autre événement, aussi lointain soit-il. Une variable cachée ne serait pas localisée dans l'espace. Non seulement cela entrerait alors en contradiction avec l'impossibilité de dépasser la vitesse de la lumière, mais cela amende aussi en un certain sens le déterminisme : un déterminisme non-local, c'est l'assurance de ne jamais pouvoir calculer l'évolution future de l'état présent. Car pour calculer l'évolution d'une variable cachée pendant un instant, aussi court soit-il, il faudrait prendre en compte l'état entier de l'univers⁸. Les expériences de la mécanique quantique nous ont donc laissés en face d'un choix : ou bien abandonner le déterminisme, ou bien accepter la non-localité⁹.

Le deuxième exemple concerne la mécanique classique. C'est sans doute plus surprenant car *a priori* cette théorie est l'exemple même d'une théorie déterministe : nous pouvons prédire les éclipses des centaines d'années à l'avance, n'est-ce pas ? Et nous arrivons à envoyer des fusées dans l'espace ! Nous prédisons même la trajectoire des boulets de canon, comme pourra en témoigner tout élève de lycée qui a souffert sur un tel problème ! Ces succès ne sont aucunement niés. Mais la mécanique classique permet d'exemplifier le fait que la question « cette théorie donnée est-elle déterministe ? » ne possède pas une réponse si univoque qu'il n'y paraît.

En effet, savoir si, à partir de la donnée de l'état d'un système à un instant fixé et de la loi d'évolution, il est possible de calculer ses états futurs, est une question de nature mathématique. Une fois placé dans le cadre d'une théorie particulière, l'état d'un système est codé mathématiquement, et cela devient une question interne aux mathématiques de savoir s'il est possible de prédire le futur à partir de passé. Les mathématiques nous informent des conditions de possibilité du calcul du futur. Or, la calculabilité du futur n'est pas inconditionnelle : des restrictions, de nature mathématique, sont nécessaires pour que le calcul puisse, en droit, se faire¹⁰. Il est alors possible d'imaginer des systèmes physiques qui mettent en défaut ces conditions de calculabilité. Un des exemples est celui du dôme acausal de Norton (on trouvera l'ensemble des détails mathématiques en annexe, page 11). Il s'agit d'un dôme possédant un sommet pas parfaitement lisse de telle sorte que, si une particule est posée exactement sur le sommet, son évolution future ne peut être prédite par les lois de la mécanique. Plus précisément, l'instant auquel la particule va rouler et quitter le sommet du dôme n'est pas déterminé. Et il ne s'agit pas de petites perturbations aléatoires qui viendraient déloger la particule : même dans des conditions d'isolement parfaites, la particule peut, selon la théorie, quitter le sommet à n'importe quel moment. On peut objecter que le dôme acausal reste une expérience de pensée qui ne pourrait être faite dans notre monde car

8. Alors qu'avec l'impossibilité de dépasser la vitesse de la lumière (notée c), pour prédire l'évolution d'un système pendant un temps t , il faut tenir compte schématiquement que de ce qui se trouve dans une sphère de rayon ct autour du système.

9. Bernard d'Espagnat, dans son ouvrage *À la recherche du réel* ([D'Espagnat, 1979]), explique que ce choix nous pousse à repenser notre rapport au réel, que celui-ci est devenu lointain et non physique.

10. L'exemple type est le théorème de Cauchy-Lipschitz : il dit que pour que le système $\dot{x} = f(x)$ et $x(0) = x_0$ admette une unique solution définie pour tout temps, il suffit que f soit lipschitzienne. Si elle ne l'est pas, des contre-exemples peuvent être trouvés. Dans ceux-ci, la loi d'évolution de x et la donnée de la condition initiale $x(0) = x_0$ ne permettent plus de calculer son futur : soit ce futur n'existe pas, soit il peut en exister plusieurs.

justement la particule ne serait jamais isolée de toute influence extérieure, le dôme ne pourrait jamais avoir exactement la forme requise¹¹, etc. Mais pour faire ces objections, il est nécessaire de quitter le strict cadre de la mécanique classique. Il est nécessaire de dire que les lois de la mécanique classique ne se suffisent pas à elles-mêmes, qu'il faut prendre en considération d'autres éléments (comme les perturbations extérieures qui, bien que minimes, ne sont jamais totalement absentes).

Le déterministe convaincu est alors en face d'un dilemme. Ou bien il accepte que les lois de la mécanique ne se suffisent à elles-mêmes, mais dans ce cas il faut qu'il explique sur quels critères il exclut le dôme acausal. Plus généralement, sur quel critère exclut-il des exemples¹² choisis pour mettre en défaut le déterminisme, à part parce que justement ils mettent en défaut le déterminisme. Ou alors il reconnaît que la science utilise d'autres éléments que les lois de la mécanique, mais cela veut dire qu'il n'est pas possible de prédire le futur simplement à partir de l'instant présent et de ces lois. Nous pensons pour notre part que la seconde alternative est la bonne : les mathématiques, bien qu'incomparablement efficaces, ne sont pas forcément le meilleur outil pour exprimer les « lois véritables » de la nature (si elles existent). Nous regardons les contre-exemples mentionnés ci-dessus comme des artefacts mathématiques. Mais cela veut justement dire que la forme mathématique ne saisit pas l'essence de ce que serait une « loi de la nature ». La forme mathématique reste imparfaite et son imperfection apparaît au grand jour dans les exemples non déterministes mentionnés ci-dessus, certes d'une certaine élégance mathématique, mais qui n'ont pas grand chose à voir avec le monde réel.

Qu'est ce que la science a à voir avec le déterminisme ?

L'approche de la section précédente prenait les théories de la physique comme données et tentait de faire parler les équations, sans se poser la question de l'obtention ou de l'utilisation de ces théories en pratique. Mais l'analyse de la science ne peut se résumer à un simple commentaire des lois de Newton ou de l'équation de Schrödinger. Nous allons maintenant tenter d'aller au delà en essayant de prendre la science telle qu'elle se fait.

Le déterminisme physicaliste se base sur la conviction qu'une fois la situation initiale et les lois de la physique données, le reste n'est qu'une histoire de calcul. Mais il faut se méfier : tout calcul n'a pas forcément une portée empirique. Certaines déductions mathématiques, aussi certaines qu'elles soient du point de vue logique, n'ont tout simplement aucun sens concret. La certitude logique du calcul mathématique a tendance à enivrer le calculateur et à lui faire croire que ses conclusions ont le même degré d'exactitude que les résultats de son calcul, quand bien même ce n'est pas le cas.

L'obstacle est le suivant : notre connaissance est fondamentalement une connaissance approchée. Toute quantité observable ne nous est accessible qu'en étant entachée

11. Certains diraient même que ça n'a aucun sens de réaliser exactement une surface mathématique

12. Signalons ici qu'il existe un autre contre-exemple, plus frappant mais plus dur à comprendre mathématiquement. Il est possible de construire un système planétaire (composé de cinq planètes) avec des conditions initiales bien particulières de telle sorte que, soumis uniquement aux lois de Newton et à la force de gravité, ce système « explose en temps fini », c'est-à-dire qu'une planète, en un temps fini, part à l'infini. Au delà de ce temps, le futur du système n'est pas défini par les lois de la mécanique classique. Pour plus de précisions sur ce théorème (qui a mis 90 ans à être démontré), on pourra consulter [Diacu et Holmes, 1996, chapitre 3].

d'une erreur. Aussi précis que soient nos appareils de mesure, aussi habiles que soient nos expérimentateurs, aussi poussées que soient nos technologies, tout ce que nous pourrions affirmer sur une grandeur expérimentale est qu'elle se trouve, avec une très forte probabilité, dans un certain intervalle, mais jamais qu'elle est rigoureusement égale à un nombre donné. Bien sûr nous gagnons en précision¹³, bien sûr les erreurs tendent à se réduire. Mais une connaissance sans erreurs n'est qu'une vue de l'esprit qui ne correspond à aucune réalité. L'instant initial d'un système ne sera connu qu'à peu près. Dès lors, un calcul aura un sens empirique s'il nous permet, d'une connaissance approchée d'un instant initial, de déduire une connaissance approchée (entachée d'une erreur raisonnable) des états futurs. Si ce n'est pas le cas, la prévision théorique de l'état futur n'a aucune valeur : non seulement elle n'a aucun intérêt pratique, mais elle ne peut même pas être vérifiée empiriquement. Or les mathématiques peuvent ici induire en erreur, car on remplace les données initiales imprécises par des abstractions mathématiques dans lesquelles l'imprécision a été oubliée¹⁴. L'exactitude du calcul peut donner l'impression que le résultat final est précis, quand bien même les données initiales ne le sont pas. Il ne suffit pas de s'arrêter à une hypothétique possibilité de calcul du futur à partir des lois de la physique, il faut se demander si le calcul ne souffrirait pas du fait que l'état initial n'est connu que de manière approchée.

Pierre Duhem, dans [Duhem, 1906], mettait déjà en garde contre ce travers et appelait à des « mathématiques de l'à-peu-près ». Le développement de la théorie mathématique du chaos a montré que ce risque n'est pas que théorique. Même dans des systèmes très simples, comme un pendule double¹⁵, des prémisses approchées ne conduisent pas à des conclusions approchées. La prédiction de la trajectoire d'un système chaotique n'est tout simplement pas possible. Insistons sur cette assertion : le calcul prédisant la position du pendule une minute après qu'il ait été lancé n'a aucune validité. Pour l'illustrer, remarquons qu'une erreur relative, même de l'ordre de 10^{-100} , impacte le comportement à long terme du système. Or il suffit par exemple, pour commettre une telle erreur, de se tromper de 1m quant à l'emplacement d'une masse de 1kg située sur l'étoile la plus proche du système solaire¹⁶ : une telle erreur impacterait la force de gravitation qui s'exerce sur le pendule d'une erreur relative plus grande que 10^{-100} . Il nous est donc impossible de connaître les conditions initiales avec une telle précision. Insistons bien sur la conclusion que nous en tirons : la position future du pendule double prédite par l'équation du mouvement n'est pas celle que l'on obtiendrait dans un monde idéalisé en l'absence de perturbations extérieures, c'est une fiction mathématique sans aucune signification concrète.

13. Un événement comme la détection des ondes gravitationnelles est une formidable prouesse expérimentale qui a nécessité un dispositif extrêmement poussé visant à réduire autant que possible les erreurs entachant la mesure d'une longueur, pour ne donner qu'un exemple parmi d'autres.

14. Une grandeur physique est modélisée par un nombre réel, qui possède une précision « infinie ».

15. Ce n'est vraiment qu'un exemple de système chaotique parmi d'autres, il a l'avantage de pouvoir se visualiser très facilement. On pourra par exemple consulter <https://www.youtube.com/watch?v=U39RMUzCjiU>.

16. En effet, une variation de ΔR de la distance R d'une masse M à un point donné produit un changement dans le champ gravitationnel exercé en ce point de $\Delta g = 2 \frac{GM}{R^3} \Delta R$. En prenant $M = 1\text{kg}$, $R = 4 \times 10^{16}\text{m}$ (la distance du système solaire à l'étoile la plus proche) et $\Delta R = 1\text{m}$, on obtient $\Delta g \simeq 10^{-60}\text{N}$. Signalons que pour nous ce calcul n'a pas grande signification car le scientifique fait appel pour une telle influence à son « droit à négliger » (cf. ci-dessous). Mais celle qui croît au déterminisme physicaliste, au nom de la nature exacte des lois de la nature, est obligée de prendre en compte une telle influence.

Face à l'échec de la possibilité de calculer le futur de la trajectoire, les scientifiques se sont aperçus que les propriétés statistiques du système sont elles sujettes à une étude menant à des résultats ayant un ancrage concret¹⁷. Le mouvement chaotique du pendule double, qui défie tout déterminisme, cache par contre une étonnante régularité lorsque l'on s'intéresse à des moyennes temporelles. Pour ce qui est de la prévision de ces moyennes temporelles, des prémisses approchées conduisent à des conclusions approchées : il est alors possible d'utiliser l'outil mathématique. Et c'est ainsi que s'est développée toute une branche des mathématiques qui s'intéresse non pas aux trajectoires elles-mêmes, mais à la répartition statistique de ces trajectoires. Or, ces répartitions statistiques peuvent s'étudier pour elles-mêmes, sans qu'il soit nécessaire de faire référence à des trajectoires individuelles. L'étude statistique des trajectoires d'un système chaotique n'est pas réductible à la loi d'évolution de ses trajectoires, au contraire elle en est indépendante. Pour donner force à cette affirmation, prenons plutôt l'exemple de la théorie cinétique des gaz, qui prétend réduire le comportement des gaz aux lois de la mécanique classique. En réalité, l'étude statistique des particules composant le gaz fait appel à des hypothèses indispensables qui n'ont rien à voir avec les lois de la mécanique classique. L'hypothèse de « chaos moléculaire »¹⁸ est de nature probabiliste, elle ne peut pas se traduire en terme de trajectoire. Et elle est indispensable : elle explique notamment pourquoi, formellement parlant, les équations de la théorie cinétique des gaz sont irréversibles quand celles de la mécanique le sont. Plus généralement, chaque champ disciplinaire repose sur ses outils et concepts propres, dont la réduction à un champ plus « fondamental » se fait en réalité en utilisant de nombreuses hypothèses qui ne sont pas réductibles au champ plus fondamental. Pour prendre un autre exemple, la chimie ne se réduit pas aux lois de la mécanique quantique : même la chimie quantique fait appel, explicitement ou implicitement, aux relations des molécules avec le milieu extérieur. Résoudre l'équation de Schrödinger d'une molécule isolée (chose impossible à faire actuellement de manière analytique) n'informerait finalement que peu sur le comportement de la molécule dans des réactions chimiques, car des hypothèses supplémentaires sur les relations avec le milieu sont nécessaires. Le déterministe convaincu qualifierait ces hypothèses d'auxiliaires, minimiserait leur portée, mais elles sont néanmoins indispensables pour opérer la « réduction ». Et terminons en faisant remarquer que les concepts propres à chaque champ disciplinaire sont justement choisis, du moins au point de vue mathématique, de telle sorte à ce que les calculs effectués à l'aide de ces concepts aient une réelle portée empirique.

À ces idées, qu'elle connaît peut-être déjà, la lectrice peut opposer une objection. Elle consiste à dire que, face à ces mathématiques de l'à-peu-près, il suffirait de prendre en compte de plus en plus de phénomènes, d'incorporer de plus en plus d'influences extérieures, pour affiner la détermination du phénomène et à la limite obtenir une prédiction adéquate. Il suffirait « d'introduire l'univers entier dans nos équations »¹⁹ afin d'obtenir une prédiction parfaite. Soulignons qu'il s'agit vraiment de l'Univers entier

17. On mesure mal à quel point ce recentrement sur l'étude des propriétés statistiques, opéré à la fin du XIXe siècle, a été difficile à faire pour la communauté scientifique. C'était un véritable saut conceptuel, car il s'agissait de faire rentrer l'indéterminisme au cœur même des théories physiques. Et par la suite, ce style de raisonnement probabiliste a percolé dans d'autres domaines : biologie, économie, psychologie, etc.

18. Le fait que les vitesses des différentes particules composant le gaz sont indépendantes les unes des autres.

19. La formule vient de Borel, cité dans [Barberousse, 2008, p. 66].

qu'il s'agit d'inclure : non seulement à cause des phénomènes gravitationnels et électromagnétiques, mais surtout à cause de la non-localité que semble indiquer la théorie de la mécanique quantique. Si les théories de la physique sont prises à la lettre, n'importe quelle particule est en interaction de manière instantanée avec l'ensemble de l'univers.

Or, cette prise en compte d'une interdépendance de plus en plus grande des phénomènes est à l'inverse de la direction que prend l'esprit scientifique. « L'esprit scientifique, écrit Gaston Bachelard, explicite clairement et distinctement ce *droit de négliger* ce qui est négligeable qu'inlassablement l'esprit philosophique lui refuse »²⁰. L'esprit philosophique est celui qui ne dépasse pas l'idée qu'il y a une corrélation totale des phénomènes, et qui voudrait ne rien négliger de peur que cela ne change la qualité de la prédiction. Au contraire, le scientifique n'étudie pas l'univers dans son intégralité (si tant est que cette expression ait un sens) mais un système, et de préférence un système clos. La définition du système est un choix du scientifique, il lui permet d'introduire un découpage entre ce qui fera l'objet d'une étude et ce dont il ne se préoccupera pas. Dans le meilleur des cas, le reste de l'univers est totalement absent, les interactions avec celui-ci ne sont que des perturbations que le scientifique estime négligeable. Sinon, les perturbations peuvent par exemple être traitées comme de l'agitation thermique : au lieu d'une myriade d'interactions complexes avec l'extérieur du système, seule une interaction probabilisée et caractérisée par un seul paramètre (la température) est retenue. C'est seulement une fois le découpage effectué, et une fois les phénomènes pertinents dans le système listés, que les lois de la physique peuvent être appliquées. Si le découpage est fait correctement, si le droit de négliger est appliqué à bon escient, si les phénomènes considérés comme pertinents dans le système le sont réellement, et enfin si les outils mathématiques utilisés pour la déduction peuvent souffrir du fait que les conditions initiales ne sont connues que de manière approchée, alors le futur pourra être calculé à partir du présent. C'est le sens de la citation que nous avons choisie pour ouvrir ce texte : le déterminisme ne s'observe pas, il se construit. C'est le scientifique qui crée les conditions pour que le phénomène se déroule conformément au calcul. Ce n'est d'ailleurs peut-être pas un hasard si la science « déterministe » la plus vieille est l'astronomie, car justement le système solaire se trouve être très bien isolé du reste de l'univers. Au contraire, dès que la science est descendue sur terre, elle a dû faire face à une foule de perturbations extérieures, à un monde rugueux, à un monde où les objets frottent, et le travail de découpage d'un système et de négligence de ce qui doit être négligé s'est révélé plus ardu.

Pour un déterminisme méthodologique

Afin de conclure et de résumer ce qui précède, introduisons la notion de *déterminisme méthodologique*. Plutôt que de voir le déterminisme comme un jugement sur l'ontologie, voyons-le comme une méthode d'accès à la connaissance qui structure la science. Le déterminisme n'est pas le point de départ de la science, mais son le point de fuite. Il ne s'agit pas de nier la présence de régularités empiriques permettant la prédiction du futur à l'aide du présent, voire de nier l'hypothétique véracité du déterminisme physicaliste. Mais il s'agit plutôt de dire que, quand bien même le déterminisme physicaliste serait vrai, avoir une confiance aveugle en lui serait contre-productif quant à la façon de faire de la science.

20. [Bachelard, 1938, p. 264].

Le déterminisme méthodologique consiste à découper, à travers l'expérience sensible, un système dont les interactions avec l'extérieur seront, sinon négligées, du moins traitées de manière simplifiée. Il consiste à affirmer que le scientifique « n'ayant pas le temps de tout regarder, et surtout de tout bien regarder, et qu'il vaut mieux ne pas regarder que mal regarder »²¹, il faut qu'il fasse un choix et ne s'intéresse qu'aux phénomènes qui peuvent se mettre sous une forme déterministe. Il consiste à affirmer que plutôt que de croire à une sacro-sainte prédictibilité de la trajectoire des particules les plus fondamentales, il est nécessaire, dans une situation donnée, de développer les outils mathématiques idiosyncratiques suffisamment robustes pour prendre en compte une connaissance approchée. Et si ces outils mathématiques prennent une forme statistique, il faut reconnaître qu'ils expriment une réalité plus fondamentale qu'une hypothétique détermination « exacte » des trajectoires. Enfin ce déterminisme méthodologique consiste, si une même cause produit deux effets différents, à se dire que l'analyse qui précède n'a pas été assez raffinée et que les causes ne sont pas assez spécifiées, ou alors que le droit de négliger a été utilisé abusivement. Bref, le déterminisme méthodologique n'est pas une affirmation sur un état de fait, il est une promesse en les succès futurs de la science. Le déterminisme physicaliste nous promet lui l'omniscience, laissons alors à Émile Borel le mot de la fin :

« On peut observer que pour un être omniscient, toute la science et toute l'activité humaine seraient vaines et sans but ; ce n'est pas pour cet être que les hommes ont créé la science ; c'est pour eux-mêmes, qui sont loin d'être omniscients. »²²

21. [Poincaré, 1908, p. 3].

22. [Borel, 1938, p. 12]. Par honnêteté, signalons que cette citation est légèrement sortie de son contexte. Elle intervient dans un passage où Borel répond à ceux qui critiquent la théorie des probabilités en disant qu'elle n'est qu'un autre nom donné à notre ignorance et qu'un être omniscient n'en aurait pas besoin. La citation exacte est alors « On peut observer de même que pour un être omniscient, toute la science et toute l'activité humaines seraient vaines et sans but ; ce n'est pas pour cet être que les hommes ont créé la science et la théorie des probabilités ; c'est pour eux-mêmes, qui sont loin d'être omniscients. ».

Annexe – Le dôme acausal de Norton

Détaillons ici les calculs montrant précisément ce qu'est le dôme acausal et en quoi il entre en contradiction avec le déterminisme. L'idée a été présentée pour la première fois dans [Norton, 2003], ce qui suit s'en inspire librement. On commencera par présenter « l'artefact » mathématique sur lequel tout repose, puis, après un intermède établissant les équations du mouvement quand une particule est astreint à se déplacer sur une surface, on établira l'équation du dôme.

Préliminaire : non unicité à un problème de Cauchy Commençons par considérer l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \sqrt{|x|}. \quad (1)$$

Nous allons montrer que cette équation n'est pas déterministe, ou plus précisément que si l'on se donne la condition initiale

$$\begin{cases} x(0) &= 0 \\ \frac{dx}{dt}(0) &= 0, \end{cases} \quad (2)$$

il existe une infinité de solution $x : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}$ de l'équation (1) satisfaisant à cette condition initiale. La fonction nulle est évidemment solution. Mais il y en a d'autres. En recherchant une solution sous la forme $x(t) = ct^\gamma$, on arrive facilement à la conclusion que la fonction

$$x_0 : t \mapsto \frac{1}{144}t^4 \quad (3)$$

est une fonction définie sur \mathbf{R}_+ vérifiant (1) et satisfaisant à la condition initiale (2). Et on peut même faire mieux ! Si l'on « retarde » la fonction précédente, c'est-à-dire si l'on considère la fonction

$$x_\tau : t \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq \tau \\ \frac{1}{144}(t - \tau)^4 & \text{si } t \geq \tau, \end{cases} \quad (4)$$

alors on voit que pour $\tau \geq 0$, la fonction x_τ est lisse (elle est de classe C^3) et satisfait (1) ainsi que la condition initiale (2) (cf. figure 2 pour avoir une représentation graphique des différentes solutions x_τ). En conclusion, le problème de Cauchy (1)+(2) admet une infinité de solutions. La solution peut « quitter » 0 à n'importe quel instant, puisque le paramètre τ , qui dit à quel moment la solution cesse d'être non nulle, n'est pas prédit par (1). Au contraire, toutes les valeurs (positives) de τ sont compatibles avec le problème de Cauchy²³.

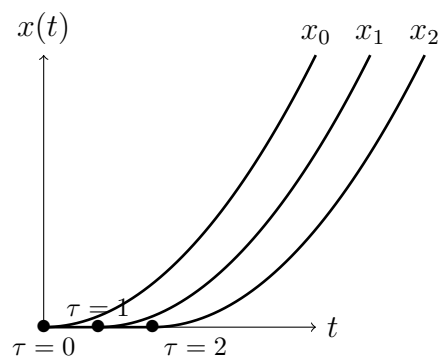


FIGURE 2 – Différentes solutions du même problème de Cauchy (1)+(2), données par la formule (4).

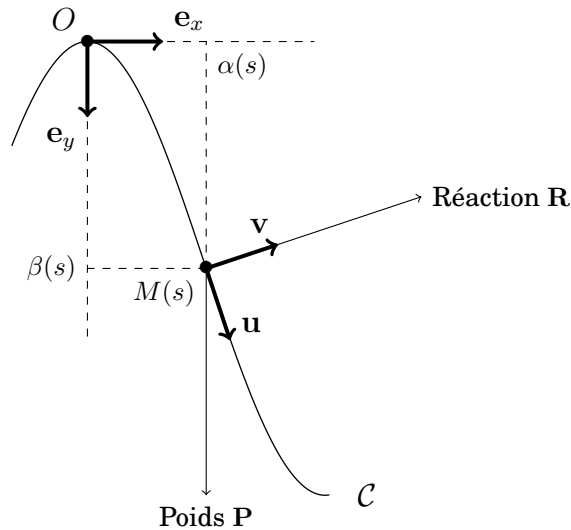


FIGURE 3 – Représentation schématique d’une particule se déplaçant sur une courbe \mathcal{C} .

Intermède technique : équation d’une particule se déplaçant sur un dôme Établissons maintenant l’équation d’évolution d’une particule se déplaçant sur un dôme. On se restreint à un problème bidimensionnel : on se donne un repère $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ (avec \mathbf{e}_y dirigé vers le bas) et l’on suppose que la particule est astreinte à se déplacer sur une courbe \mathcal{C} (cf. figure 3). On suppose que \mathcal{C} peut se paramétrer à l’aide d’une fonction vectorielle

$$M : s \mapsto \begin{pmatrix} \alpha(s) \\ \beta(s) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

On suppose que le paramétrage se fait à vitesse constante (la variable s est donc l’abscisse curviligne), c’est-à-dire que le vecteur $\mathbf{u} := \frac{dM}{ds}$ est unitaire. On note aussi \mathbf{v} le vecteur unitaire orthogonal à \mathbf{u} défini par

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -\frac{d\beta}{ds} \\ \frac{d\alpha}{ds} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

On repère la particule astreinte à se déplacer sur \mathcal{C} à l’aide de son abscisse curviligne s . C’est-à-dire que s est une fonction du temps et que la particule décrit la trajectoire $t \mapsto M(s(t))$. Enfin, on suppose que cette particule est de masse unité et que l’intensité de pesanteur peut être prise égale à 1. En l’absence de frottements, la particule est soumise à deux forces :

- le poids $\mathbf{P} = \mathbf{e}_y$,
- la réaction du support $\mathbf{R} = R\mathbf{v}$, orthogonale à la courbe \mathcal{C} .

Le principe fondamental de la dynamique s’écrit alors

$$\frac{d^2 M(s)}{dt^2} = \mathbf{e}_y + R\mathbf{v}. \quad (7)$$

En projetant cette équation sur le vecteur tangent à \mathcal{C} , à savoir \mathbf{u} , on en tire

$$\left(\frac{d^2 M(s)}{dt^2} \right) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{e}_y \cdot \mathbf{u} \quad (8)$$

$$= \frac{d\beta}{ds}. \quad (9)$$

23. Le fait qu’il n’existe pas une unique solution au problème de Cauchy est dû à la singularité en 0 de la fonction $x \mapsto \sqrt{|x|}$. Au voisinage de 0, cette fonction n’est pas lipschitzienne.

Il reste à calculer le membre de gauche. Or

$$\frac{dM(s)}{dt} = \frac{ds}{dt} \mathbf{u}(s), \quad (10)$$

et donc

$$\frac{d^2M(s)}{dt^2} = \frac{d^2s}{dt^2} \mathbf{u}(s) + \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \frac{d\mathbf{u}}{ds}. \quad (11)$$

Comme \mathbf{u} est unitaire, on sait que $\frac{d\mathbf{u}}{ds}$ est orthogonal à \mathbf{u} de sorte que

$$\left(\frac{d^2M(s)}{dt^2}\right) \cdot \mathbf{u} = \frac{d^2s}{dt^2}. \quad (12)$$

En conclusion, une fois exprimé dans la bonne base (ici en paramétrant la trajectoire de la particule à l'aide de l'abscisse curviligne), le principe fondamental de la dynamique prend une forme assez simple :

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d\beta}{ds}(s). \quad (13)$$

L'équation du dôme acausal Le principe fondamental de la dynamique (13) ressemble beaucoup à l'équation (1) discutée plus haut qui n'est pas « déterministe ». Il suffit en effet de prendre

$$\frac{d\beta}{ds}(s) = \sqrt{|s|} \quad (14)$$

pour que la ressemblance soit parfaite. Puisque le vecteur \mathbf{u} doit être unitaire, il faut aussi prendre

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{ds}(s) &= \sqrt{1 - \left(\frac{d\beta}{ds}(s)\right)^2} \\ &= \sqrt{1 - |s|}. \end{aligned}$$

Il suffit alors simplement d'intégrer ces équations (avec des constantes d'intégration choisies de telle sorte que le sommet du dôme se trouve en O) pour obtenir

$$\alpha(s) = \frac{2}{3} \operatorname{sgn}(s) \left(1 - (1 - |s|)^{3/2}\right) \text{ et } \beta(s) = \frac{2}{3} |s|^{3/2}. \quad (15)$$

On peut même éliminer s pour voir que la courbe \mathcal{C} correspondante a pour équation, après un changement d'échelle,

$$y = \left(1 - (1 - |x|)^{2/3}\right)^{3/2}. \quad (16)$$

En faisant tourner cette courbe \mathcal{C} autour de la verticale, on obtient le dôme acausal. Cette équation, qui peut paraître compliquée, n'est d'ailleurs pas la seule possible : on peut par exemple se convaincre que toute équation de la forme $y = f(x)$, pour peu que $f'(x) \sim \sqrt{|x|}$ lorsque $x \rightarrow 0$, donnera lieu à la même forme d'indéterminisme.

Conclusion Supposons maintenant que l'on pose une particule exactement sur le sommet du dôme, sans lui donner d'impulsion initiale. D'après tout ce qui précède, la trajectoire de la particule (repérée grâce à son abscisse curviligne) est solution du problème de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} \frac{d^2s}{dt^2} &= \sqrt{|s|} \\ s(0) &= 0 \\ \frac{ds}{dt}(0) &= 0. \end{cases} \quad (17)$$

Or, comme on l'a vu plus haut, ce système possède une infinité de solutions : en appelant τ l'instant à laquelle la particule quitte le sommet, toute trajectoire de la forme

$$s_\tau : t \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq \tau \\ \frac{1}{144}(t - \tau)^4 & \text{si } t \geq \tau \end{cases} \quad (18)$$

est solution, c'est-à-dire est compatible avec les équations de la mécanique. Le temps τ , à savoir l'instant auquel la particule quitte le sommet, n'est pas prédit par les équations de la mécanique.

On trouvera ci-dessous la liste des références consultées. La distinction conceptuelle entre les différents déterminismes, ainsi que le lien entre les probabilités et le déterminisme, sont discutés dans [Gigerenzer *et al.*, 1989], en particulier dans le chapitre 8. Les discussions sur la mécanique quantique sont en partie inspirées de [D’Espagnat, 1979]. Comme signalé plus haut, le dôme acausal de Norton a été publié dans [Norton, 2003]. Les remarques sur la connaissance approchée proviennent du chapitre III de la seconde partie de [Duhem, 1906], ainsi que de [Barberousse, 2008]. On pourra aussi consulter [Guilbaud, 1985], qui montre en quoi les mathématiques de l’à-peu-près sont bien plus présentes et plus nobles que l’on pourrait croire. L’article [Anderson, 1972] défend lui l’idée, contre un réductionisme naïf et en s’appuyant sur des exemples scientifiques, que les propriétés émergentes ne sont pas réductibles à un niveau inférieur. L’idée que la description en terme de trajectoires n’est pas satisfaisante, et que celle en terme de répartition statistique est « la bonne » a été développée par Ilya Prigogine, on pourra consulter [Prigogine, 1996]. Enfin, les réflexions de Bachelard sur le déterminisme comme étant construit et non donné se trouvent dans le chapitre V de [Bachelard, 1934] et le chapitre XI de [Bachelard, 1938].

Références

- [Anderson, 1972] ANDERSON, P. W. (1972). More is different. *Science*, 177(4047):393–396.
- [Bachelard, 1938] BACHELARD, G. (2011 [1938]). *La formation de l’esprit scientifique*. Vrin.
- [Bachelard, 1934] BACHELARD, G. (2013 [1934]). *Le nouvel esprit scientifique*. Presses Universitaires de France.
- [Barberousse, 2008] BARBEROUSSE, A. (2008). La valeur de la connaissance approchée. L’épistémologie de l’approximation d’Émile Borel. *Revue d’histoire des mathématiques*, 14(1):53–75.
- [Borel, 1938] BOREL, E. (1938). *Le Hasard*. Félix Alcan.
- [D’Espagnat, 1979] D’ESPAGNAT, B. (2015 [1979]). *À la recherche du réel*. Dunod.
- [Diacu et Holmes, 1996] DIACU, F. et HOLMES, P. (1996). *Celestial encounters : the origins of chaos and stability*. Princeton University Press.
- [Duhem, 1906] DUHEM, P. (2007 [1906]). *La théorie physique – son objet, sa structure*. Vrin.
- [Gigerenzer *et al.*, 1989] GIGERENZER, G. S., PORTER, Z., DASTON, T., BEATTY, L. et KRÜGER, J. (1989). *The empire of chance : How probability changed science and everyday life*. Cambridge University Press.
- [Guilbaud, 1985] GUILBAUD, G. T. (1985). *Leçons d’à peu près*. Christian Bourgois éditeur.
- [Laplace, 1825] LAPLACE, P. S. (1825). *Essai philosophique sur les probabilités*. Bachelier.
- [Norton, 2003] NORTON, J. D. (2003). Causation as folk science.
- [Poincaré, 1908] POINCARÉ, H. (2011 [1908]). *Science et méthode*. Kimé.
- [Prigogine, 1996] PRIGOGINE, I. (1996). *La fin des certitudes*. Odile Jacob.